

1. 最大公約数と最小公倍数



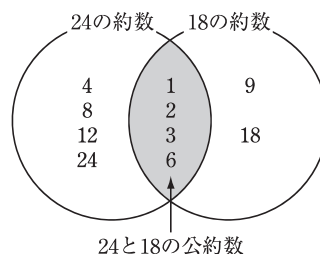
24 と 18 の最大公約数を求めてみましょう。

24 と 18 の公約数は、24 と 18 に共通な約数だから、

1, 2, 3, 6

である。

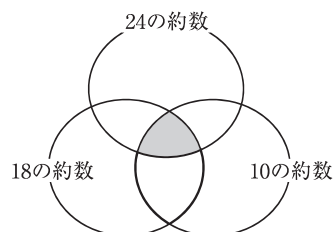
公約数の中で、最大のものが最大公約数だから、24 と 18 の最大公約数は 6 である。



3つの整数の公約数は同じように考えられる。

24, 18, 10 の公約数は、24, 18, 10 に共通な約数である。

そして、24, 18, 10 の最大公約数は、24, 18 の最大公約数 6 と 10 との最大公約数 2 になる。



2つの整数 a , b が、1以外に公約数をもたないとき、これらの数は、互いに素であるという。

最大公約数は、素因数分解をもとにして求めることができる。

例① 24 と 18 の最大公約数

最大公約数を求めるには、各数に共通な素因数について、個数の少ない方を取り出し、その積をつくればよい。

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{最大公約数} \cdots \cdots 2 \times 3 = 6$$

このとき、右のようにして、共通な素因数を取り出してもよい。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \quad 18 \\ 3 \overline{) 12} \quad 9 \\ \hline 4 \quad 3 \end{array}$$

例② 48, 36, 90 の最大公約数

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$\text{最大公約数} \cdots \cdots 2 \times 3 = 6$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \quad 36 \quad 90 \\ 3 \overline{) 24} \quad 18 \quad 45 \\ \hline 8 \quad 6 \quad 15 \end{array}$$

① 次の各組の数の最大公約数を求めなさい。

(1) 12, 20

(2) 54, 72

(3) 28, 70, 126

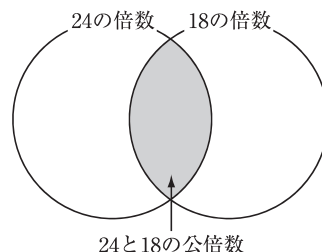
最小公倍数について考えてみよう。

24 と 18 の公倍数は、24 の倍数にも、18 の倍数にもなっている数だから、

72, 144, 216, …

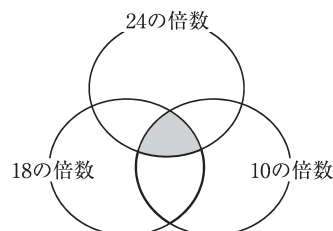
である。

公倍数の中で、最小のものが最小公倍数だから、24 と 18 の最小公倍数は 72 である。公倍数は、すべて、最小公倍数の倍数になっている。



3つの整数 24, 18, 10 の公倍数は、それぞれの倍数に、共通な数である。

そして、24, 18, 10 の最小公倍数は、24 と 18 の公倍数 72 と、10 との最小公倍数 360 になる。



最小公倍数も、素因数分解をもとにして求めることができる。

例③ 24 と 18 の最小公倍数

最小公倍数を求めるには、共通な素因数は、個数の多い方を取り、そのほかに、共通でない素因数をすべてとって、それら全部の積をつくれればよい。

$$\begin{array}{rcl} 24 & = & 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ 18 & = & 2 \times 3 \times 3 \\ \hline \text{最小公倍数} & \cdots & 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \quad 18 \\ 3 \overline{) 12} \quad 9 \\ \hline 4 \quad 3 \end{array}$$

このとき、右のようにして、すべての因数を取り出すこともできる。

例④ 48, 36, 90 の最小公倍数

$$\begin{array}{rcl} 48 & = & 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ 36 & = & 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ 90 & = & 2 \times 3 \times 3 \times 5 \\ \hline \text{最小公倍数} & \cdots & 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \quad 36 \quad 90 \\ 3 \overline{) 24} \quad 18 \quad 45 \\ 2 \overline{) 8} \quad 6 \quad 15 \\ 3 \overline{) 4} \quad 3 \quad 15 \\ \hline 4 \quad 1 \quad 5 \end{array}$$

このとき、右のように、2つ以上の数に共通な因数でわり、わり切れない数はそのまま下におろしていった、最小公倍数の因数を見つけることができる。

② 次の各組の数の最小公倍数を求めなさい。

(1) 12, 20

(2) 24, 54

(3) 60, 24, 45