

解答 3年 1章 式の計算

①(1) $x^2 - 4y^2$
 (2) $9x^2 + 6x + 1$
 (3) $5x^2 + 8x - 33$
 (4) $8x + 17$
 \Rightarrow (1) $(x + 2y)(x - 2y)$

$$= x^2 - (2y)^2$$

$$= x^2 - 4y^2$$

(2) $(3x + 1)^2$
 $= (3x)^2 + 2 \times 1 \times 3x + 1^2$
 $= 9x^2 + 6x + 1$

(3) $(2x - 7)(2x + 7) + (x + 4)^2$
 $= (2x)^2 - 7^2 + x^2 + 2 \times 4 \times x + 4^2$
 $= 4x^2 - 49 + x^2 + 8x + 16$
 $= 5x^2 + 8x - 33$

(4) $(x + 3)^2 - (x + 2)(x - 4)$
 $= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 - \{x^2 + (2 - 4)x + 2 \times (-4)\}$
 $= x^2 + 6x + 9 - (x^2 - 2x - 8)$
 $= x^2 + 6x + 9 - x^2 + 2x + 8$
 $= 8x + 17$

②(1) $(a - 1)(b + 8)$

(2) $(x - 7)^2$
 (3) $(x + 3)(x - 4)$
 (4) $2(x - 4)(x + 6)$
 (5) $(x + 4)(x - 4)$
 (6) $(x + 3)(x - 7)$

\Rightarrow (1) 共通な因数 $b + 8$ をくくり出す。

(2) $x^2 - 14x + 49 = x^2 - 2 \times 7 \times x + 7^2 = (x - 7)^2$

(3) 積が -12 、和が -1 となる 2 つの数の組は 3 と -4 だから、

$$x^2 - x - 12 = (x + 3)(x - 4)$$

(4) まず、共通な因数 2 をくくり出し、次に、積が -24 、和が 2 となる 2 つの数の組を見つける。

$$2x^2 + 4x - 48 = 2(x^2 + 2x - 24)$$

$$= 2(x - 4)(x + 6)$$

(5) $x + 1 = X$ とおくと、

$$(x + 1)^2 - 2(x + 1) - 15$$

$$= X^2 - 2X - 15$$

$$= (X + 3)(X - 5)$$

X を $x + 1$ に戻すと、

$$(X + 3)(X - 5)$$

$$= (x + 1 + 3)(x + 1 - 5)$$

$$= (x + 4)(x - 4)$$

[別解]

$$(x + 1)^2 - 2(x + 1) - 15$$

$$= x^2 + 2x + 1 - 2x - 2 - 15$$

$$= x^2 - 16$$

$$= (x + 4)(x - 4)$$

(6) $(x + 2)(x - 6) - 9 = x^2 - 4x - 12 - 9$
 $= x^2 - 4x - 21$
 $= (x + 3)(x - 7)$

③ 49

$$\Rightarrow 4x^2 - 4xy + y^2 = (2x - y)^2$$

$$= (2 \times 19 - 45)^2$$

$$= (-7)^2$$

$$= 49$$

④ 120

\Rightarrow 因数分解を利用すると、簡単に計算ができる。

$$31^2 - 29^2 = (31 + 29)(31 - 29)$$

$$= 60 \times 2$$

$$= 120$$

⑤ 4個

\Rightarrow 10より小さい素数は、2, 3, 5, 7の4個である。

⑥(1) (例) Aさんの証明は連続する2つの奇数の場合のみを示していて、すべての場合を証明していないから。

(2) 〈証明〉

2つの奇数は整数 m, n を使って、 $2m + 1, 2n + 1$ で表される。

このとき、2つの奇数の積は、

$$(2m + 1)(2n + 1) = 4mn + 2m + 2n + 1$$

$$= 2(2mn + m + n) + 1$$

$2mn + m + n$ は整数だから、これは奇数である。

よって、2つの奇数の積は奇数である。

\Rightarrow (1) $2n + 1, 2n + 3$ は、たとえば $n = 2$ のとき 5, 7 というように、連続する2つの奇数の場合のみ表している。

(2) 奇数であることを証明するには、 $2 \times (\text{整数}) + 1$ の形になることを示せばよい。

⑦ a, b, c は連続する3つの整数であるから、

$b = a + 1, c = a + 2$ と表すことができる。

$$c^2 - 4b = (a + 2)^2 - 4(a + 1)$$

$$= (a^2 + 4a + 4) - (4a + 4)$$

$$= a^2$$

であるから、 $c^2 - 4b$ は a^2 となる。