

解答 3年 2章 平方根

① イ, エ

⇒ m, n を整数 ($n \neq 0$) としたとき, 分数 $\frac{m}{n}$ で表すことができない数が無理数である。 $\sqrt{16} = 4 = \frac{4}{1}$ だから, $\sqrt{16}$ は有理数である。

②(1) $-3\sqrt{3}$

(2) $-2\sqrt{10}$

(3) $2\sqrt{3}$

(4) $-3 + \sqrt{35}$

(5) $7 - 2\sqrt{10}$

$$\Rightarrow (1) \quad \sqrt{27} - 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \\ = -3\sqrt{3}$$

$$(2) \quad \sqrt{8} \times (-\sqrt{5}) = -\sqrt{40} \\ = -2\sqrt{10}$$

[別解]

$$\sqrt{8} \times (-\sqrt{5}) = 2\sqrt{2} \times (-\sqrt{5}) \\ = -2\sqrt{10}$$

$$(3) \quad \sqrt{3} + \sqrt{27} - \frac{6}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ = \sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \frac{6\sqrt{3}}{3} \\ = \sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ = 2\sqrt{3}$$

$$(4) \quad (\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + 2\sqrt{5}) = 7 + 2\sqrt{35} - \sqrt{35} - 10 \\ = -3 + \sqrt{35}$$

$$(5) \quad (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 = 2 - 2\sqrt{10} + 5 \\ = 7 - 2\sqrt{10}$$

③ ア

⇒ ア, ウについて, 分母を有理化し, 分母が3の分数に直して, ア~エの大きさを比べるとよい。

$$\text{ア} \quad \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{ウ} \quad \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\ = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

また, $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$, $2 = \sqrt{4}$ だから,

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} > \frac{\sqrt{6}}{3} > \frac{2}{3} > \frac{\sqrt{2}}{3}$$

④ $4\sqrt{6}$

$$\Rightarrow x^2 y + xy^2 \\ = xy(x+y) \\ = (\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)\{(\sqrt{6}+2)+(\sqrt{6}-2)\} \\ = (6-4) \times 2\sqrt{6} \\ = 2 \times 2\sqrt{6} \\ = 4\sqrt{6}$$

⑤ 5, 6, 7, 8

⇒ $2 = \sqrt{4}$, $3 = \sqrt{9}$ だから, $\sqrt{4} < \sqrt{n} < \sqrt{9}$ したがって, $4 < n < 9$ だから, 求める自然数 n の値は 5, 6, 7, 8

⑥ 2, 3, 4

⇒ x は正の整数で, $\sqrt{2} < x < \sqrt{19}$, すなわち, $2 < x^2 < 19$ だから, 求める整数 x の値は 2, 3, 4

⑦ 14

⇒ n の値は, 根号の中が自然数の2乗になるような最も小さい自然数である。

2016を素因数分解すると,

$$2016 = 2^4 \times 3^2 \times 2 \times 7$$

したがって, $n = 2 \times 7 = 14$

⑧ 7

⇒ n は1けたの自然数だから, $\sqrt{n+18}$ は $\sqrt{19}$ 以上 $\sqrt{27}$ 以下の整数である。

したがって, $n+18 = 25 (=5^2)$, すなわち,

$n = 7$ のとき, $\sqrt{n+18}$ は整数になる。

⑨ 75

⇒ $\frac{n}{15}$ が整数になるのは, n が15の倍数, すなわち, 15, 30, 45, 60, 75, ……のときである。

これらの数を順に因数分解すると,

$$15 = 3 \times 5 \qquad 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3^2 \times 5 \qquad 60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$75 = 3 \times 5^2 \qquad \dots\dots$$

となるから, $n = 75$ のとき, $\sqrt{3n}$ も整数になる。

⑩ 2

$$\Rightarrow 26 \div 111 = 0.234234234234\dots\dots$$

小数第一位から順に3つの数字2, 3, 4がくり返されるから, 小数第28位の数字は,

$$28 \div 3 = 9 \text{あまり} 1$$

より, 2である。